

1. Να δοθεῖ τὸ ἀνάπτυγμα Laurent στὸν δακτύλιο  $\Delta(0, 0, 1)$  τῆς συνάρτησης μὲ τύπο

$$f(z) := \frac{e^z}{z(1+z)}.$$

2. Να ὑπολογισθεῖ τὸ ὀλοκλήρωμα

$$\int_{\gamma} (2z + \sqrt{z})^2 dz,$$

ὅπου  $\gamma$  εἶναι τὸ κάτω τμήμα τοῦ μοναδιαίου κύκλου μὲ θετικὴ φορά καὶ  $\sqrt{z}$  εἶναι ὁ κλάδος τῆς τετραγωνικῆς ρίζας τοῦ  $z$  γιὰ τὸν ὁποῖο ἰσχύει  $\sqrt{1} = 1$ .

3. Να βρεθεῖ ἡ εἰκόνα μιᾶς ὀριζόντιας εὐθείας (πλὴν τοῦ πραγματικοῦ ἄξονα) μὲσω τῆς συνάρτησης μὲ τύπο  $f(z) := \sin(z)$ .

4. Να βρεθεῖ τὸ σύνολο τῶν σημείων τοῦ ἐπιπέδου ὅπου ἡ συνάρτηση μὲ τύπο  $f(z) := x^2 + iy^2$  παραγωγίζεται.

5. Να ἀποδειχθεῖ τὸ ἐξῆς Θεώρημα: *Οἱ ρίζες κάθε (ὄχι ἐκ ταυτότητος μηδέν) συνάρτησης, ποὺ εἶναι ὀρισμένη καὶ ὀλόμορφη σὲ ἕνα τόπο, εἶναι μεμονωμένα σημεία.*

6. Να ὑπολογισθεῖ τὸ ὀλοκλήρωμα

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx.$$

7. Να ὑπολογισθεῖ τὸ ἄθροισμα  $i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2014i^{2014}$ .

8. Να ἀποδειχθεῖ ὅτι τὸ γινόμενο δυὸ μερόμορφων συναρτήσεων εἶναι μερόμορφη συνάρτηση.